

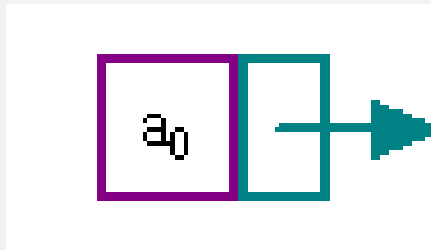


第四章 线性表的链式存储(Linked List)

- 线性表的链式存储
- 基于单链表的算法实现
- 链式存储的其他方法
- 基于带头结点的单循环链表算法
- 双向链表的基本算法实现
- 顺序存储与链式存储的比较
- 链式存储的应用举例

4.1、线性表的链式存储

- 为什么要使用链式存储结构？
 - ◆ 一次分配足够大的空间易造成浪费且容易失败
 - ◆ 当频繁进行插入和删除时，链式不需要移动元素
- 使用链式存储结构——链表（Linked List）
 - 结点(Node): 数据元素的存储映像，表示要处理的数据。
 - 数据
 - 指针



线性表的链式存储（单链表）

- 单链表 (singly linked list)

- 结点：记录后继关系
- 线性表 ($a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$)

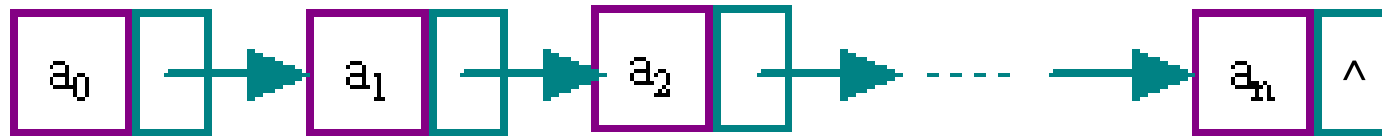


图4-1 单链表结构的逻辑图

不带头结点的单链表：



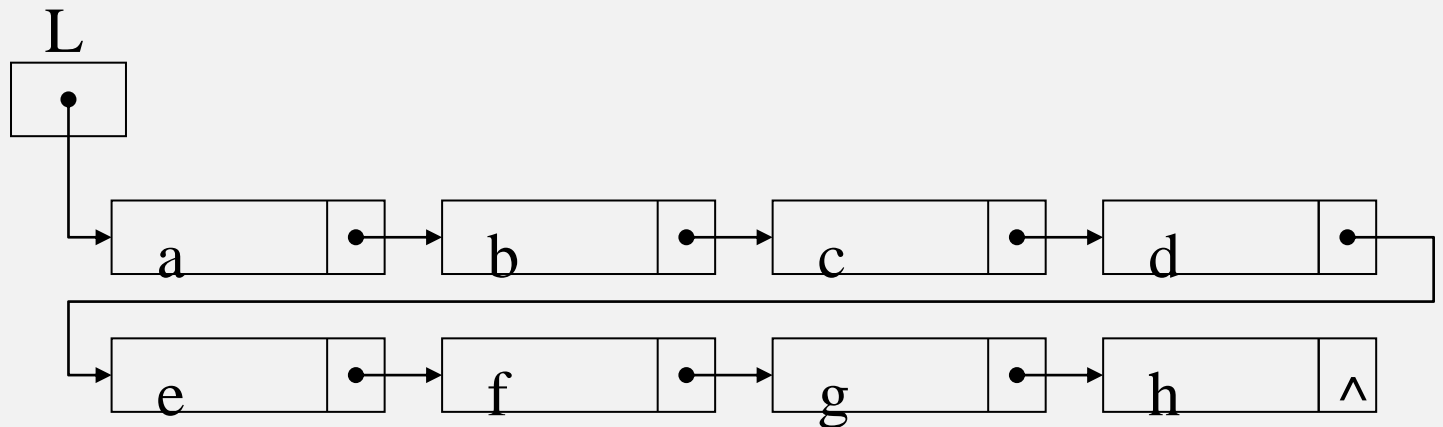
线性表的链式存储（举例）

头指针L

31

存储地址	数据域	指针域
1	d	43
7	b	13
13	c	1
19	h	NULL
25	f	37
31	a	7
37	g	19
43	e	25

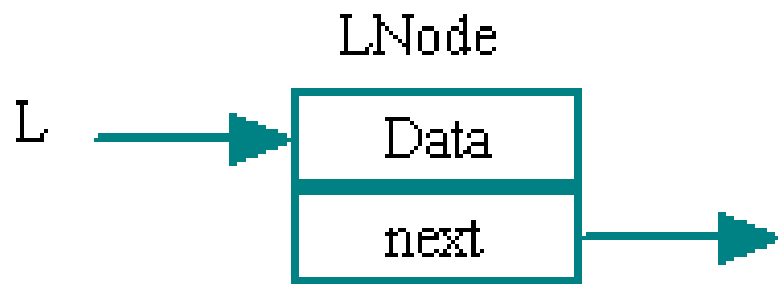
线性链表的逻辑状态:



线性表的链式存储（单链表定义）

- C语言的实现:

LinkList L



- 单链表的结点定义:

```
typedef struct node { //node为结点类型预定义符
    ElemType data; //数据域
    struct node *next; //指针域
} node, *LinkList; //结点类型符、结点指针类型符
```



4.2、基于单链表的算法实现

- 假设链表中存储的是课程成绩（C语言的实现）：

```
typedef int ElemType; //元素类型定义
typedef struct Node { //node为结点类型预定义符
    ElemType data; //数据域
    struct Node *next; //指针域
} Node, *LinkedList; //结点类型符、结点指针类型符

LinkedList Head; //定义一个单链表头指针为Head的变量
```



单链表的算法---构造一个空链表

1、构造一个空链表

不带头结点的单链表为空表的判断条件： $Head == NULL$

方法一：参数采用二级指针，间接修改单链表头指针变量的值。

```
void Init_LinkList(LinkList *Head_pointer)
{ *Head_pointer = NULL; }
```

调用方式： `Init_LinkList(&Head);`

方法二：参数采用变参专递要被初始化的单链表头指针，从而修改其值。

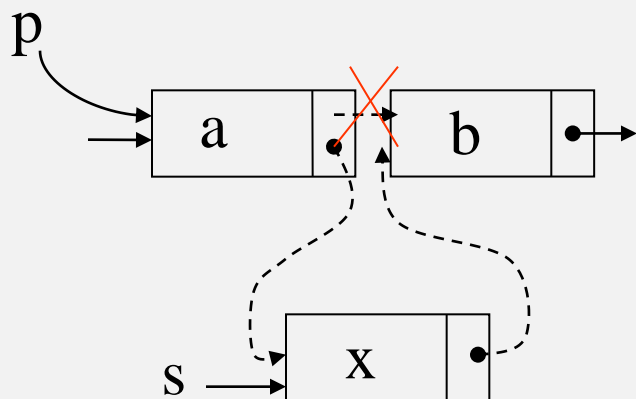
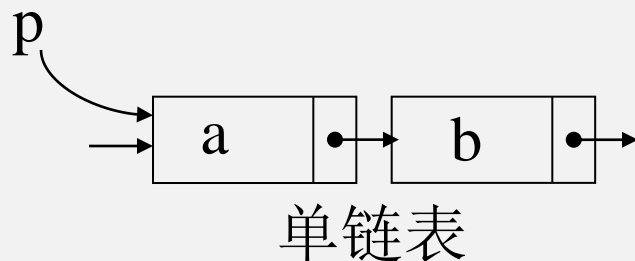
```
void Init_LinkList(LinkList &Head_pointer)
{ Head_pointer = NULL; }
```

调用方式： `Init_LinkList(Head);`

算法复杂度为： $O(1)$ 。

单链表的算法---插入与删除

单链表结点插入和删除时的情形:

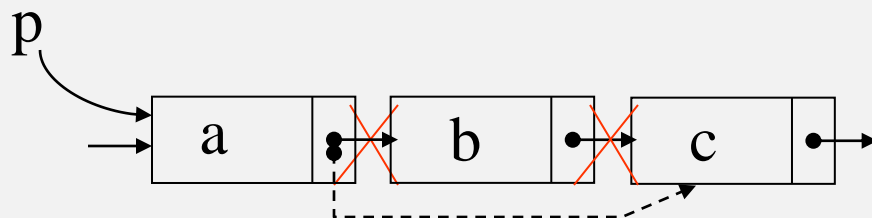


单链表插入结点时的情况

$s \rightarrow \text{next} = p \rightarrow \text{next};$

$p \rightarrow \text{next} = s;$

注: 顺序不能反



单链表删除结点时的情况

$q = p \rightarrow \text{next};$

$p \rightarrow \text{next} = p \rightarrow \text{next} \rightarrow \text{next};$

$\text{free}(q);$

注: 注意语句关系



单链表的算法---插入元素(头插)

2、插入一个元素（头上插入）

```
bool Insert_First(LinkList &L, ElemType x) //线性链表头指针，待插元素
{
    Node *p; //定义一个临时的结点指针变量
    p = ( LinkList )malloc( sizeof(Node) ); // 动态申请分配一个结点存储空间
    if ( p==NULL) return false; // 返回结点分配失败
    p->data = x; // 给新结点的数据域填值
    p->next = L; // 让新节点的后继指向原来的头结点
    L = p; // 修改头指针指向新插入的结点
    return true; // 插入结束，返回成功
}
```

调用方式： Insert_First(Head, 80)

算法复杂度为： $O(1)$

单链表的算法---插入元素(中间插入)

3、插入一个元素（中间插入：指定元素之后）

```
bool Insert_Mid( LinkList q, ElemType x ) // 待插位置指针，待插元素值
{
    Node *p; // 定义一个临时的结点指针变量
    p = ( LinkList )malloc( sizeof(Node) ); // 动态申请分配一个结点存储空间
    if ( p==NULL ) return false; // 返回结点分配失败
    p->data = x; // 给新结点的数据域填值
    p->next = q->next; // 让新节点的后继指向P的后继结点
    q->next = p; // 修改p指针的后继指向新插入的结点
    return true; // 插入结束，返回成功
}
```

调用方式： Insert_Mid(pos, 80) 其中： pos指向链表中某一个结点

算法复杂度为： $O(1)$

单链表的算法---插入元素(尾部插入)

4、插入一个元素（尾部插入）

```
bool Insert_Tail( LinkList &L, ElemType x ) // 待插位置指针，待插元素值
{ Node *p, *q;                               // 定义临时的结点指针变量
  p = ( LinkList )malloc( sizeof(Node) );    // 动态申请分配一个结点存储空间
  if ( p==NULL ) return false;              // 返回结点分配失败
  p->data = x; p->next = NULL;                // 给新结点的数据域和链域填值
  q = L;                                     // 让q指向表头结点
  if (q == NULL) L = p;                      // 空表插入元素就是第一个唯一元素
  else {
    while(q->next != NULL ) q = q->next; // 循环查找直到链尾
    q->next = p;                          // 将p指向的新结点插入链尾
  }
  return true;                               // 插入结束，返回成功
}
```

调用方式： Insert_Tail(Head, 80) 其中： Head是链表的头指针

算法复杂度为： $O(n)$

单链表的算法---查找指定元素

5、查找指定元素（查找值为x的元素）

```
LinkedList Search( LinkedList L, ElemType x )
```

```
/* 头指针，待查找元素的值*/
```

```
{ LinkedList p; //定义一个临时的结点指针变量
```

```
  p = L;      // 让p指向第一个结点
```

```
  while( p != NULL ) { // 链表未结束，则继续
```

```
    if ( p->data == x ) break; // 检查p指向元素的值是否为要查找值
```

```
    else p = p->next; // 当前元素不是要找的值，则p指针后移
```

```
  }
```

```
  return p; // 查找结束，成功则返回找到位置指针，否则返回NULL
```

```
}
```

调用方式： Search(Head, 85) 其中： Head为链表头指针

算法复杂度为： O(n)（计算循环的执行频度）

1) Worst Case: n-1

2) Average Case: $\sum_{i=1}^n P_i(i-1) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (i-1) = \frac{n-1}{2}$

单链表的算法---删除指定元素

6、删除指定元素（查找值为x的元素，并删除之）

```
bool Delete(LinkList &L, ElemType x) //头指针，待删除元素值
{
    LinkList p, q;           //定义临时的结点指针变量
    p = L; q = NULL;        //让p指向第一个结点；q指向其前驱
    while( p != NULL) {     //链表未结束，则继续
        if ( p->data == x ) break; //检查p指向元素的值是否为要查找值
        else {q = p; p = p->next;} //当前不是，则q指向p，p指针后移
    }
    if (p ==NULL) return FALSE; //未找到待删除元素，返回失败
    else if ( q==NULL) { free(p); L = NULL; } //找到的是第一个元素
    else { q->next = p->next; free(p); } //找到的是中间元素
    return TURE;           //删除结束，返回成功
}
```

调用方式： Delete(Head, 80) 其中： Head为链表头指针

算法复杂度为： 最好情况 $O(1)$ ； 最坏情况 $O(n)$ ； 平均情况： $O((n-1)/2)=O(n)$



单链表的算法---遍历链表

7、遍历线性表元素

```
void Show_List(LinkList L)           //头指针
{
    LinkList p;                       //定义临时的结点指针变量
    p = L;                             //让p指向第一个结点
    printf("\n 线性表元素如下:\n");
    if ( p == NULL) printf("\n 空表! ");
    while( p != NULL) {               //链表未结束, 则继续
        printf(" %d ", p->data );     //输出当前元素的值
        p = p->next;                  //p指针后移
    }
}
```

调用方式: Show_List(Head) 其中: Head为链表头指针

算法复杂度为: $O(n)$

单链表的算法---计算表长度

8、计算线性表的长度

```
int Length_List(LinkList L)           //头指针
{
    LinkList p;                       //定义临时的结点指针变量
    int sum = 0;                       //定义计数器，并设初值为0
    p = L;                             //让p指向第一个结点
    while( p != NULL ) {              //链表未结束，则继续
        sum++;                         //统计线性表的长度
        p = p->next;                   //p指针后移
    }
    return sum;                        //返回线性表的长度
}
```

调用方式： Length_List(Head) 其中： Head为链表头指针

算法复杂度为： $O(n)$

单链表的应用算法---多项式相加

9、一元多项式相加（单链表的应用）

一元多项式的表示：

$$\begin{aligned} P_n(x) &= p_0 + p_1x + p_2x^2 + \cdots + p_nx^n \\ &= \sum_{i=0}^n p_i x^i \end{aligned}$$

- n 阶多项式 $P_n(x)$ 有 $n+1$ 项。
 - ◆ 指数 $0, 1, 2, \dots, n$ 。按升幂排列
 - ◆ 系数 $p_0, p_1, p_2, \dots, p_n$
- 可以用系数序列来表示一个多项式
 - ◆ $(p_0, p_1, p_2, \dots, p_n)$

单链表的应用算法---多项式相加

例 4-2-1

$$7 + 8x$$

(7 8)

$$3 + x^2$$

(3 0 2)

$$5 + 2x + 3x^2$$

(5 2 3)

$$8 + 6x + 9x^2 + 2x^4$$

(8 6 9 0 2)

设想:

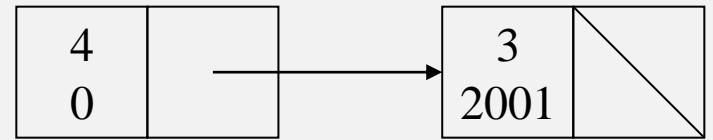
- 1、一元多项式可以采用顺序表存储;
- 2、两个一元多项式相加, 可用两个顺序表实现。



单链表的应用算法---多项式相加

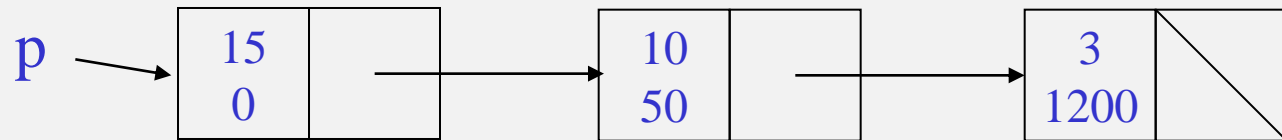
改进： 只记录系数不为0的指数项： $4 + 3x^{2001}$

$(\langle 4, 0 \rangle \quad \langle 3, 2001 \rangle)$

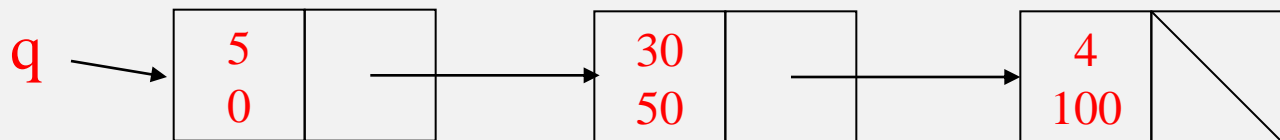


多项式的相加：

$$15 + 10x^{50} + 3x^{1200}$$



$$5 + 30x^{50} + 4x^{100}$$





单链表的应用算法---多项式相加

```
typedef ElemType{ //元素类型定义
    int ratio;
    int index;
}
typedef struct Node { //node为结点类型预定义符
    ElemType data; //数据域
    struct Node *next; //指针域
} Node, *LinkList; //结点类型符、结点指针类型符

LinkList Head1, Head2, Head3; //定义一个单链表头指针为Head的变量
```



单链表的应用算法---多项式相加

```
void Sum_Polynomial(LinkList L1, LinkList L2, LinkList &L3){ //相加对象及结果
    LinkList p, q, w;
    p = L1; q=L2; w=NULL;
    while (p != NULL && q != NULL){
        w = ( LinkList )malloc( sizeof(Node) ); w->next = NULL;
        if (p->data.index == q->data.index) {
            w->data.index = p->data.index;
            w->data.ratio = p->data.ratio + q->data.ratio;
            p = p->next; q = q->next;
        } else if (p->data.index < q->data.index){
            w->data.index = p->data.index;
            w->data.ratio = p->data.ratio ;
            p = p->next;
        }else {
            w->data.index = q->data.index;
            w->data.ratio = q->data.ratio ;
            q = q->next;
        }
        Append_List(&L3, w);
    } // end of while (p != NULL && q != NULL)
```



单链表的应用算法---多项式相加

```
while (p != NULL ){
    w = ( LinkList )malloc( sizeof(Node) );
    w->data.index = p->data.index;
    w->data.ratio = p->data.ratio ;
    Append_List(&L3, w);
    p = p->next;
}
while (q != NULL ){
    w = ( LinkList )malloc( sizeof(Node) );
    w->data.index = q->data.index;
    w->data.ratio = q->data.ratio ;
    Append_List(&L3, w);
    q = q->next;
}
} // end of Sum_Polynomial
```



单链表的应用算法---多项式相加

```
void Append_List(LinkList &L, LinkList p){ //把p指向的结点插入到单链表L的尾
    LinkList q;
    if (L == NULL) { L=p; }
    else {
        q=L;
        while (q->next != NULL) q = q->next;
        q->next = p;
    }
}
```

假设： Head1和Head2已经建好两个一元多项式， Head3=NULL;

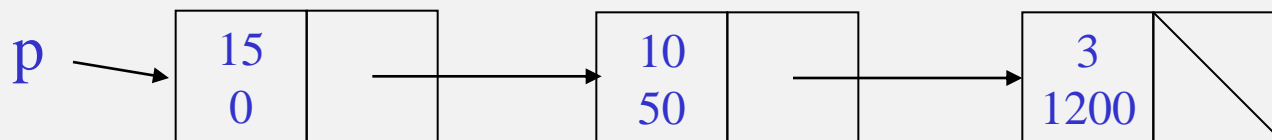
调用方式： Sum_Polynomial(Head1, Head2, &Head3)

算法复杂度： $O(n+m)$ 其中： n为Head1长度， m为Head2的长度。

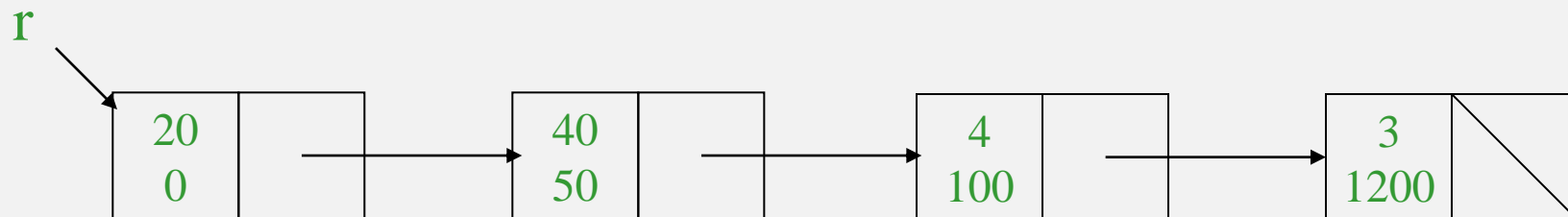
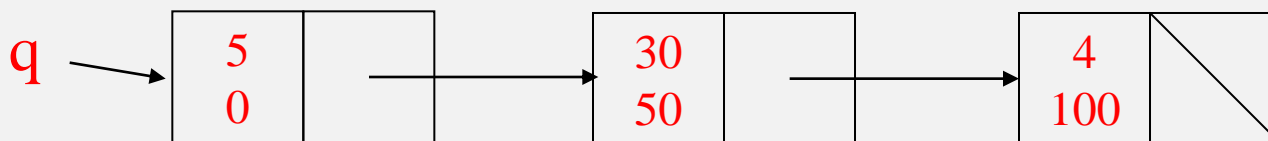
单链表的应用算法---多项式相加

遍历每个链表: $\theta(n+m)$

$$15+10x^{50}+3x^{1200}$$



$$5+30x^{50}+4x^{100}$$



4.3 链式存储的其他方法

- 1、单循环链表
- 2、双向链表
- 3、双向循环链表
- 4、带头结点的单链表
- 5、带头结点的单循环链表
- 6、带头结点的双向链表
- 7、带头结点的双向循环链表

例如：带头结点的单链表如下：



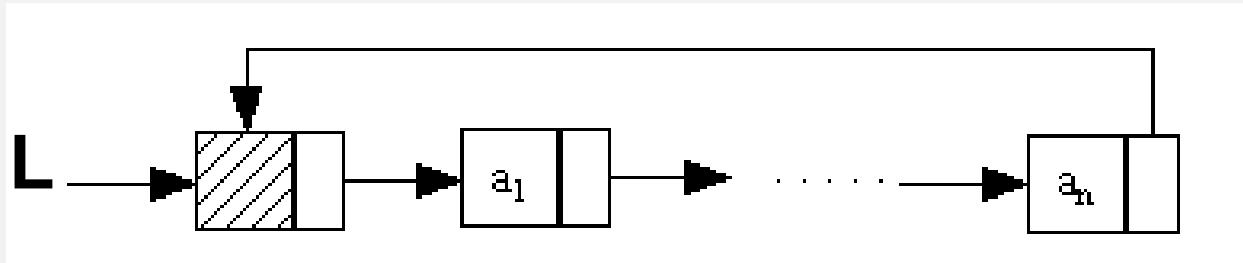
4.3 链式存储的其他方法

1、不带头结点的链表为空条件（前三种）

$\text{Head} == \text{NULL}$

2、带头结点的单循环链表

例如：带头结点的循环单链表如下：

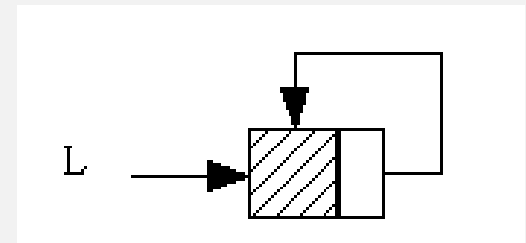


带头结点的单循环链表为“空”的条件：

$\text{Head} \rightarrow \text{next} == \text{Head}$

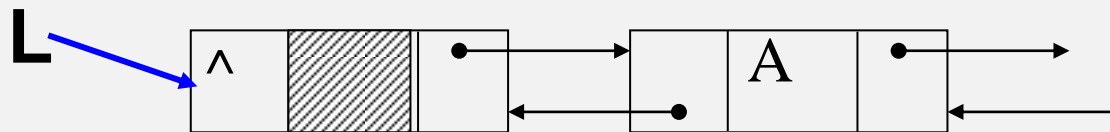
注：带头结点的单链表为空条件：

$\text{Head} \rightarrow \text{next} == \text{NULL}$



4.3 链式存储的其他方法

3、带头结点的双向链表



双向链表为“空”的条件:

Head->next == NULL

或者 **Head->prior == NULL**

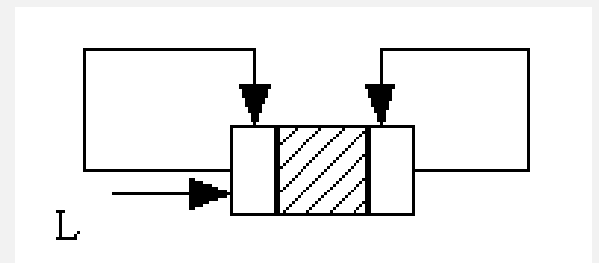


4、带头结点的双向循环链表

判断为空表的条件:

Head->next == Head

或者 **Head->prior == Head**





4.4、基于带头结点的单循环链表算法

- 带头结点的单循环链表的数据定义与单链表一样：

```
typedef int ElemType; //元素类型定义
typedef struct Node { //node为结点类型预定义符
    ElemType data; //数据域
    struct Node *next; //指针域
} Node, *LinkedList; //结点类型符、结点指针类型符

LinkedList Head; //定义一个单链表头指针为Head的变量
```

带头结点的单循环链表 (建空表)

1、构造一个空链表（带头结点的单循环链表）

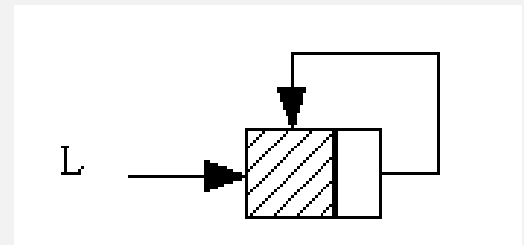
带头结点的单循环链表为空表的判断条件： $\text{Head} \rightarrow \text{next} == \text{NULL}$

方法一：参数采用二级指针，间接修改单链表头指针变量的值。

```
bool Init_LLinkList(LinkList *LHead )
{
    LinkList p;
    p = (LinkList ) malloc( sizeof(Node) );
    if (p == NULL ) return FALSE;
    p->next = p;
    *LHead = p;
    return TRUE;
}
```

调用方式： $\text{Init_LLinkList}(\&\text{Head})$;

算法复杂度为： $O(1)$ 。



带头结点的单循环链表 (建空表)

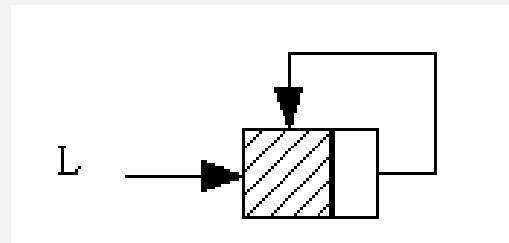
构造一个空链表 (带头结点的单循环链表)

方法二：参数采用变参专递要被初始化的单链表头指针，从而修改其值。

```
bool Init_LLinkList(LinkList &LHead )
{   LinkList p;
    p = (LinkList ) malloc( sizeof(Node) );
    if (p == NULL ) return FALSE;
    p->next = p;
    LHead = p;
    return TRUE;
}
```

调用方式：Init_LLinkList(Head);

算法复杂度为：O(1)。



带头结点的单循环链表 (第i之后插入)

2、插入一个元素 (在第i个结点之后插入)

```
bool Insert_Li(LinkList L, ElemType x, int i) // 头指针, 待插元素值及位置
{
    Node *p, *q; // 定义临时的结点指针变量
    p = (LinkList)malloc(sizeof(Node)); // 动态申请分配一个结点存储空间
    if (p==NULL) return FALSE; // 返回结点分配失败
    p->data = x; // 给新结点的数据域填值
    q = L; // 让q指向头结点(L指向的表头结点)
    while (q->next != H && i>0) { q=q->next; i--; } // q指针按照i计数后移
    if (i==0) { // q指向表中结点, i计数结束
        p->next = q->next; // 让新插结点p的后继指向q后继结点
        q->next = p; // 修改q后继指向新插入的结点
        return TRUE; // 插入结束, 返回成功
    } else return FALSE; // 插入结束, 返回失败
}
```

注: 书上p118算法4.15有问题, 它不能实现在插入表头插入元素。

调用方式: Insert_Li(Head, 80, m) 其中: Head指向头结点

算法复杂度为: $O(n)$ ---根据i定位的循环语句频度



带头结点的单循环链表 (查找x)

3、查找指定元素 (带头结点单循环表中查找值x元素)

```
LinkedList Search_LList( LinkedList L, ElemType x )
```

```
/* 头指针，待查找元素的值*/
```

```
{ LinkedList p; //定义一个临时的结点指针变量
```

```
  p = L->next; // 让p指向第一个结点
```

```
  while( p != L ) { // 链表未结束，则继续
```

```
    if ( p->data == x ) break; // 检查p指向元素的值是否为要查找值
```

```
    else p = p->next; // 当前元素不是要找的值，则p指针后移
```

```
  }
```

```
  if ( p != L ) return p; // 查找结束，成功则返回找到元素结点指针
```

```
  else return NULL; // 否则查找失败，返回NULL
```

```
}
```

调用方式: Search_LList(Head, 85) 其中: Head为链表头指针

算法复杂度为: $O(n)$ (计算循环的执行频度)

带头结点的单循环链表 (删除值x)

4、删除指定元素 (查找值为x的元素, 并删除之)

```
bool Delete_LList(LinkList L, ElemType x) //头指针, 待删除元素值
{
    LinkList p, q; //定义临时的结点指针变量
    q = L; p = q->next; //让p指向第一个结点; q指向头结点
    while( p != L) { //链表未结束, 则继续
        if ( p->data == x ) break; //检查p指向元素的值是否为要查找值
        else {q = p; p = p->next;} //当前不是, 则q指向p, p指针后移
    }
    if (p == L) return FALSE; //未找到待删除元素, 返回失败
    else { q->next = p->next; free(p); } //找到的是链表中元素
    return TRUE; //删除结束, 返回成功
}
```

注: 书上p119算法4.17有问题, 不能删除表尾结点。

调用方式: Delete_LList(Head, 80) 其中: Head为链表头指针

算法复杂度为: $O(n)$ ---计算循环的执行频度

带头结点的单循环链表 (遍历链表)

5、遍历线性表元素（带头结点的单循环链表）

```
void Show_LList(LinkList L)           //头指针
{
    LinkList p;                       //定义临时的结点指针变量
    p = L->next;                       //让p指向第一个结点
    printf("\n 线性表元素如下:\n");
    if ( p == L) printf("\n 空表! ");
    while( p != L) {                  //链表未结束, 则继续
        printf(" %d ", p->data);      //输出当前元素的值
        p = p->next;                 //p指针后移
    }
}
```

调用方式: Show_LList(Head) 其中: Head为链表头指针

算法复杂度为: $O(n)$

带头结点的单循环链表 (计算表长)

6、计算线性表的长度

```
int Length_LList(LinkList L) //头指针
{
    LinkList p; //定义临时的结点指针变量
    int sum = 0; //定义计数器，并设初值为0
    p = L->next; //让p指向第一个结点
    while( p != L ) { //链表未结束，则继续
        sum++; //统计线性表的长度
        p = p->next; //p指针后移
    }
    return sum; //返回线性表的长度
}
```

调用方式： Length_LList(Head) 其中： Head为链表头指针

算法复杂度为： $O(n)$

带头结点的单循环链表 (清空表)

7、清空线性表（带头结点的单循环链表）

```
void Clear_LList(LinkList L)    //头指针
{
    LinkList p, q;             //定义临时的结点指针变量
    p = L->next;               //让p指向第一个结点
    while( p != L) {          //链表未结束，则继续
        q = p;                 //保存待删除结点指针q
        p = p->next;           //p指针后移
        free( q);              //删除q指向的待删除结点
    }
    L->next = L;               //设置头结点为空表
}
```

调用方式： Length_LList(Head) 其中： Head为链表头指针

算法复杂度为： $O(n)$



带与不带头结点的单循环链表比较

带与不带头结点的单循环链表比较：

- 1、**带头结点的单循环链表中一个冗余的表头结点**，因此，除了初始化链表需要通过间接变量引用或传递一个二级指针，其他函数不会修改头指针，也就只需要值传递即可。
- 2、带头结点的任何形式链表操作中插入和删除函数实现时，**对空表和实表处理是一样处理的**；最重要的目的是可以简化操作实现。
唯一缺点是带来一个结点空间的浪费。
- 3、**不带头结点的单循环链表**在插入和删除函数实现时，**要考虑处理由实表变成空表或由空表变成实表的特殊处理**，此时都需要修改头指针。
- 4、**带头结点或不带头结点的链表没有好坏之分**，采用哪种存储方式取决于实际问题的需要。
- 5、**一般的循环链表大都采用带头结点存储方式**，因为此时空表已经构成循环链表方式，操作实现变得简单方便。

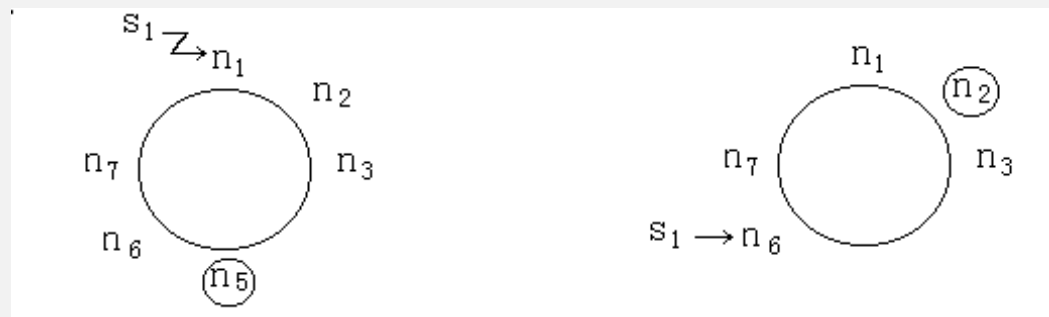
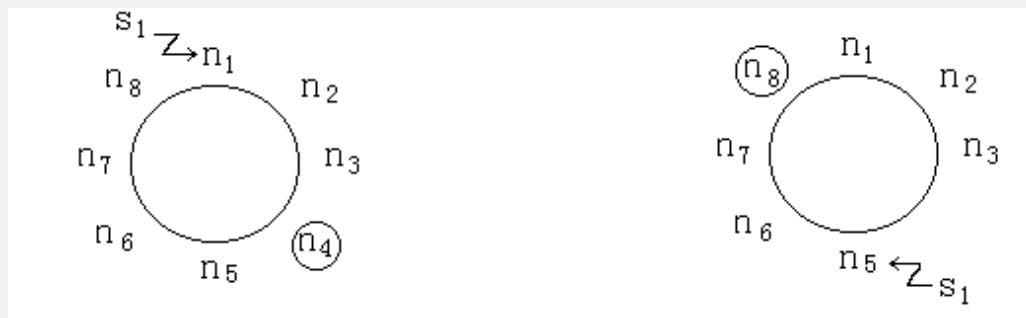
不带头结点的单循环链表 (应用)

8、Josephus约瑟夫问题（不带头结点的单循环链表）

设有 n 个人围坐在一个圆桌周围，现从第 s 个人开始报数，数到第 m 的人出列，然后从出列的下一个重新报数，数到第 m 的人又出列，...，如此反复直到所有的人全部出列为止。Josephus问题是：对于任意给定的 n,s 和 m ，求出按出列次序得到的 n 个人的序列

初值： $N=8,s=1,m=4$

结果： $n_4,n_8,n_5,n_2,n_1,n_3,n_7,n_6$



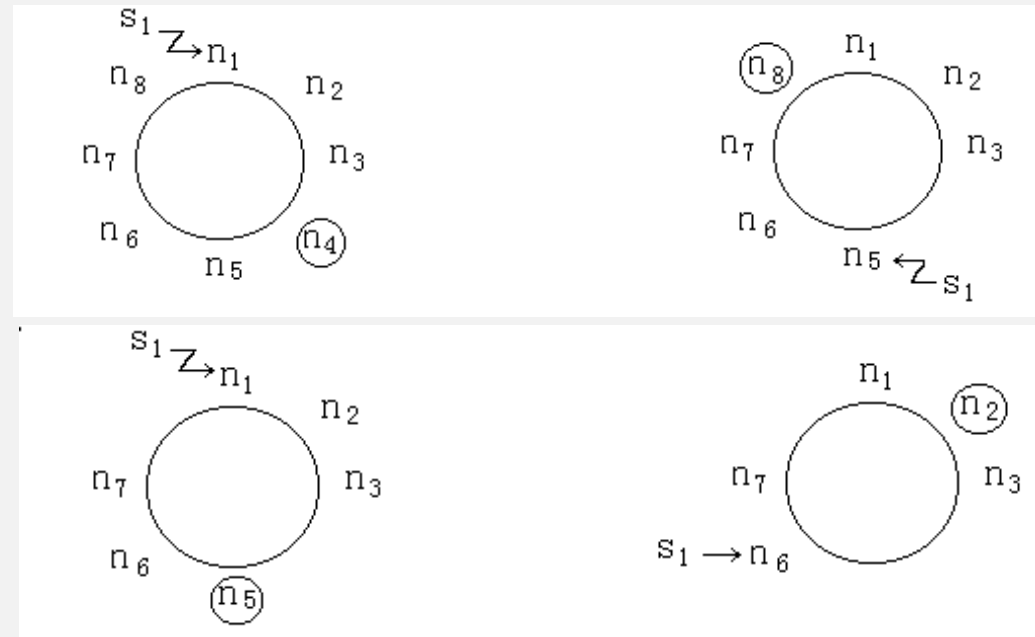


不带头结点的单循环链表 (应用)

Josephus约瑟夫问题 (不带头结点的单循环链表)

初值: $N=8, s=1, m=4$

结果: $n_4, n_8, n_5, n_2, n_1, n_3, n_7, n_6$



分析:

– 选用数据结构?

- 1、选用的数据结构应该能够从任何位置开始访问其他所有的结点;
- 2、从最后一个数据循环到第一个数据应该比较方便。

结论:

– 选择不带头结点的单向循环链表



Josephus约瑟夫问题（算法实现）

```
LinkedList Head=NULL; //定义不带头结点的循环单链表：头指针初始化
Status Josephus(int n, int s, int m)
{
    LinkedList p, q; //定义临时的单链表指针
    CreateList(&Head, n); //创建n个结点的单循环链表
    p = GetElem(Head, s); //找出第s个结点
    while(Head)
    {
        q = GetElem(p, m); //从p所指的结点开始，找到第m个结点
        p = q->next; //下一次过程的起始位置
        DeleteElem(&Head, q, &e); //删除q指向的结点，返回其值在e中
        printf(e);
    }
}
```

- 1、删除结点的时候，需要改变前驱结点的关系
- 2、注意最后一个结点的处理。
- 3、建立单链表的时候注意第一个结点的处理。



Josephus约瑟夫问题（算法实现）

采用不带头结点LinkedList:

```
Void CreateList(LinkedList &L, int n) //读取并创建n个结点的单循环表
{ LinkedList p, Tail; //定义临时的单链表指针
  for(i=n; i>0; i--) { //循环插入n的结点
    p = ( LinkedList )malloc( sizeof( Lnode ) );
    scanf( &p->data ); //读取当前结点的值
    if(!L){ L=p; Tail=p; //循环单链表为空，插入第1个结点
      p->next = L; //第一个单结点构成循环
    }else { p->next = Tail->next; //已有元素，插入到末尾
      Tail->next = p;
      Tail = p; //修改尾指针
    }
  }
}
```



Josephus约瑟夫问题（算法实现）

```
LinkedList GetElem(LinkedList p, int m)
```

```
{ //求从循环链表上p所指的结点开始，第m个结点  
  j=1;  
  if(!p) return NULL; //p为NULL，返回失败  
  while(j<m){ p=p->next; j++;} //按m计数移动p指针  
  return p; //返回完成计数后移到的结点指针p  
}
```

```
Status DeleteElem(LinkedList &L, LinkedList p, ElemType &e)
```

```
{ //删除循环链表中p所指的节点  
  LinkedList pre=L; //删除p指向结点，先要找到其前驱pre  
  if(!L) return FALSE; //空表，返回失败  
  while(pre->next != p){ pre = pre->next;} //找p结点的前驱结点pre  
  e = p->data; //填写返回被删结点的参数值  
  if( pre = p){ L = NULL; } //p是最后一个结点，删除后为空表  
  else{ pre->next = p->next;} //从单循环链表中摘除p结点  
  free(p); //释放p指向结点空间  
  return TURE; //删除结束，返回成功  
} 《本片完》
```